第16回

- 講演者：大坂　博幸 氏（立命館大学）
  - 題目□\(C^*\)-環の局所性と分類問題について
  - 日時：平成21年12月7日（月）16：30～17：30

複素数体 \(\mathbb{C}\) 上の代数 \(A\) で, 任意の \(x,y\in A \) に対して \((xy)^*=y^*x^*\), \((x^*)^*=x\) を満たす *-演算 \(A\ni x\to x^*\in A\) を備えたものを *-環といい, *-環 A 上の完備なノルム \(\¦\; \¦\)　が任意の \(x,y\in A\) に対して \(\|xy\|\leq \|x\|\|y\| \) と \(C^*\)-条件 \(\|x^*x\|=\|x\|^2\) を満たすとき A を \(C^*\)-環という。 複素Hilbert空間上の有界線形作用素全体 \(B(H)\) は共役写像 \[\langle x^*\xi ,\eta\rangle = \langle\xi ,x\eta\rangle \quad □x\in B(H),\xi ,\eta\in H, \langle\;,\;\rangle\; : 内積） \] を *-演算として, 作用素ノルム \(\|x\|=\sup{\|x\xi \|□\xi \in H,\|\xi \|\leq 1}\) をノルムとする \(C^*\)-環である。

X を局所コンパクトハウスドルフ空間としたとき, 無限遠点でゼロとなる複素数値連続関数全体からなる関数環 \(C_0(X)\) は \(f^*(t)=f(t)^{¯}\) を \(C^*\)-演算, \(\|f\|=\sup\{|f(t)|□t\in X\} \) をノルムとして持つ可換な \(C^*\)-環である。 逆に, 任意の可換な \(C^*\)-環は, ゲルファント変換により適当な局所コンパクトハウスドルフ空間 X 上の関数環 \(C_0(X)\) に実現できる。

関数環と行列環のテンソル積からなる \(C_0(X)\otimes M_n(C)\) の有限直和からなる \(C^*\)-環（basic buildingと呼ぶ）の帰納的極限から生成される \(C^*\)-環をAH環と呼び, 現在 \(C^*\)-環のトピックの1つであるElliott分類問題のモデルとなっている□ \(C\) を単位元をもつ \(C^*\)-環で性質 D をもつ集合であるとき, \(C^*\)-環Aが局所C性質をもつとは, 任意の有限集合 \(F\subset A,\; \epsilon>0 \) に対してある \(B\in C\), あるunital *-homomorphism \(\phi:B\to A\) で, \(\mathrm{dist}(\phi(B),F)<\epsilon \) を満たすことをいう。

例えば, AH環Aのbasic building における全てのXが1点からなる集合であるとき, \(C\) を単位元を持つ有限次元 \(C^*\)-環からなる集合とすると, \(A\) は局所C性質をもつことが知られている。 このとき, \(A\) はAF環（approximately finite dimensional \(C^*\)-環）と呼ばれる。 しかし, 必ずしも局所AH性をもつ（つまり局所的にAH環で近似できる□ \(C^*\)-環はAH環にはならない。 この講演では, 「どのような局所的な性質が \(C^*\)-環全体の代数構造を決定するのか?」, あるいは, 「どのような \(C^*\)-環が局所性を持つのか?」, について議論をする。また, Elliott分類問題との関連についてもふれる。

.lg-outer.lg-pull-caption-up.lg-thumb-open .lg-sub-html {bottom:80px;}

8 images

From:
https://wiki.ma.noda.tus.ac.jp/ - (旧)理工学部 数学科

Permanent link:
https://wiki.ma.noda.tus.ac.jp/seminar/2009/016

Last update: **2017/11/17 13:30**